

HOCHAUFLÖSENDE SIGNALVERARBEITUNGSMETHODEN IN DER ELEKTRISCHEN ENERGIETECHNIK

T. Lobos, Z. Leonowicz

Technische Universität Wroclaw, Polen
lobos@elektryk.ie.pwr.wroc.pl

Kurzfassung

Moderne Frequenzrichter erzeugen ein breites Spektrum von harmonischen Komponenten, in einigen Fällen nicht nur charakteristische Harmonische, aber auch eine ganze Menge von nichtcharakteristischen Harmonischen und Interharmonischen. Das kann wesentlich die Qualität der elektrischen Energie beeinträchtigen, die Verluste steigern und die Zuverlässigkeit des Energieversorgungssystems vermindern.

Die Ermittlung von Stroms- und Spannungsparametern ist sehr wichtig für die Steuer- und Schutzeinrichtungen. Spektralanalyse von diskret abgetasteten Signalen basiert meistens auf der Fourier-Transformation. Es gibt aber verschiedene Ausführungsbegrenzungen der schnellen Fourier-Transformation.

Fourieralgorithmen sind genau nur wenn das Abtastfenster ist gleich einer Periode oder mehreren Perioden der Grundschwingung. In Anwesenheit von Interharmonischen kann die Periode sehr lang sein. Die Begrenzungen werden auch lästig wenn man kurze Dateiaufnahmen analysiert.

Viele alternative Methoden der Spektralanalyse sind in den letzten Jahrzehnten vorgeschlagen worden. Dazu zählen u.a. parametrische Methoden und Unterraummethoden. Die auf dem autoregressiven (AR) Model basierendes Gleichungssystem kann mit Hilfe von SVD-Technik (Singular Value Decomposition – Zerlegung nach den singulären Werten) gelöst werden. Das Prony Model ist speziell für Parameterermittlung von transienten Vorgängen geeignet, kann aber auch für periodische Vorgänge angewandt werden. Die Unterraummethoden (subspace methods), wie MUSIC (Multiple Signal Classification) und MIN-NORM, auf der Theorie von Eigenwerten und Eigenvektoren. Alle obengenannten Methoden sind untersucht worden, mit der Anwendung von simulierten und reeller Signale.

1. Einführung

Die Ermittlung von Signalparametern ist sehr wichtig für die Automatik sowie für die Steuer- und Schutzeinrichtungen.

Die meisten der allgemein verwendeten Messverfahren, wie die Fourier - Transformation (FFT), adaptive Filter, künstliche neuronale Netze, wirken ausreichend genau in einem engen Frequenzbereich und bei einem niedrigen Rauschniveau.

Spektralanalyse von diskret abgetasteten Signalen basiert meistens auf der Fourier - Transformation (FFT). Die Methode ist rechnerisch leistungsfähig und liefert annehmbare Ergebnisse für eine große Klasse von Signalen. Es gibt aber verschiedene Ausführungsbegrenzungen der schnellen Fourier Transformation. Zu den wichtigsten Begrenzungen zählen: die Frequenzauflösung, d.h. die Fähigkeit die Spektralantworten von zwei oder mehr Signalen zu unterscheiden und die Begrenzung verursacht durch Fensterung von Daten.

Die Fourieralgorithmen sind genau nur wenn das Abtastfenster ist gleich einer Periode oder mehreren Perioden der Grundkomponente. In Anwesenheit von Interharmonischen kann die Periode sehr lang sein. Die Fensterung manifestiert sich als Leck-Effekt im Frequenzbereich, d.h. die Energie im Hauptlappen der Frequenzantwort „sickert“ in die Nebenlappen durch, wodurch andere Frequenzantworten verdunkelt und verzerrt werden.

Diese Begrenzungen werden lästig wenn man kurze Dateiaufnahmen analysiert. Kurze Dateiaufnahmen treten öfter auf, weil viele Prozesse: dauern kurz oder haben langsam sich veränderten Spektra, die man als konstant betrachten kann nur für kurze Zeitabstände.

Zeitveränderliche Spektra von nichtstationären Vorgängen werden meistens in Form von Spektrogrammen (kurzzeitige Fourier-Transformation – STFT) oder Skalogrammen (Wavelet-Transformation-WT) dargestellt.

Eine alternative Methode der Zeit-Frequenz-Verteilung stellt die Wigner-Ville –Transformation dar. Das Wigner-Ville-Spektrum von Signalen mit zeitbegrenzten Fenstern zeigt bessere Eigenschaften im Frequenzbereich und eine kleinere Phasenabhängigkeit als das Fourier-Spektrum.

Viele alternativen Methoden der Spektralanalyse sind in den letzten Jahrzehnten vorgeschlagen worden. In vielen Fällen kann eine

bessere Genauigkeit erreicht werden. Gleichwohl können die Rechenanforderungen dieser Methoden höher als der Fourier-Methoden sein.

Wir haben die folgenden Methoden untersucht:

- lineare Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendung der SVD,
- Prony-Methode,
- Unterraummethoden.

2. Modellierung und Parameteridentifizierung

Wenn man mehr Kenntnisse über den Vorgang hat oder man im Stande ist sinnvolle Annahmen zu formulieren, ist es meistens möglich genauere Schätzwerte der Signalparameter zu bekommen [1].

Die Spektralanalyse wird in drei Schritten durchgeführt:

- Auswahl des Modells einer Zeitreihe,
- Schätzung der Parameter des Modells,
- Schätzung des Spektrums.

Es gibt drei Hauptmodelle von Zeitreihen:

- Autoregressiv (AR),
- Moving-Average (MA),
- Autoregressiv Moving-Average (ARMA)

Viele deterministische und stochastische diskrete Prozesse können gut von einem rationalen Systemmodell angenähert werden:

$$x_n = \sum_{l=0}^q b_l n_{n-l} - \sum_{k=1}^p a_k x_{n-k} \quad (1)$$

wo: $\{n_n\}$ - Anregungsreihe am Eingang,
 $\{x_n\}$ - Ausgangsreihe.

Das meist allgemeines lineares Modell wird ARMA-Modell genannt.

Die Übertragungsfunktion des ARMA Modells:

$$H(z) = \frac{A(z)}{B(z)} \quad (2)$$

wo: $A(z)$ - die Z-Transformation des AR Zweiges und

$$A(z) = \sum_{m=0}^p a_m z^{-m}$$

$B(z)$ - die Z-Transformation des MA Zweiges,

$$B(z) = \sum_{m=0}^q b_m z^{-m}$$

Oft wird der Anregungsprozess als weißes Rauschen mit dem Mittelwert gleich Null und der Varianz \mathbf{S}^2 angenommen. Aufgrund der Parameter

$\{a_k\}, \{b_k\}$ und \mathbf{S}^2 kann das Spektrum der Zeitreihe $\{x_n\}$ berechnet werden.

Parameterschätzung eines AR-Modells erfolgt durch Lösung eines linearen Gleichungssystem. Ein überbestimmtes Gleichungssystem kann mit der Methode der SVD - Methode (Singular Value Decomposition - Zerlegung nach den singulären Werten) gelöst werden [2, 3].

Es gibt zwei Klassen von Methoden der Parameterschätzung, die auf dem AR-Modell basieren:

- Autokorrelationsmethode,
- Kovarianzmethode.

Der wichtigste Unterschied zwischen den beiden Methoden ist der rechnerische Aufwand.

Die Kovarianzmethode ist identisch mit der modernen Version der Prony-Methode [4].

3. Unterraummethoden (Subspace Methods)

Es wird angenommen, dass die Daten p komplexe Sinusfunktionen im komplexen Gauß'schen Rauschen beinhalten [5].

$$x[n] = \sum_{i=1}^p A_i \exp(j2\pi f_i n + \Phi_i) + z[n] \quad (3)$$

für $n = 0, 1, \dots, N-1$

$z[n]$ ist das komplexe weiße Gauß'sche Rauschen mit dem Mittelwert gleich Null und der Varianz \mathbf{S}_0^2 .

Die $M \times M$ - Autokorrelationsmatrix (für $M > p$) ist:

$$\mathbf{R}_{xx} = \sum_{i=1}^p \mathbf{P}_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H + \mathbf{S}_0^2 \mathbf{I} = \mathbf{R}_{ss} + \mathbf{R}_{zz} \quad (4)$$

\mathbf{R}_{xx} ist die Summe von der Signalautokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{ss} und der Rauschautokorrelationsmatrix \mathbf{R}_{zz} . Die Frequenzinformation ist in der Matrix \mathbf{R}_{ss} enthalten.

Die Zerlegung der Matrix \mathbf{R}_{xx} basiert auf den Eigenvektoren und Eigenwerten. Die zu den p größten Eigenwerten passenden Eigenvektoren enthalten die Information über die gesuchten Signalparameter. Um die Information zu gewinnen wird die Orthogonalität von Eigenvektoren genutzt.

Es wird gesagt, dass die Eigenvektoren die Information über das Signal enthalten, überbrücken den Signalsubraum und die restlichen überbrücken den Rauschunterraum. Die Signalvektoren sind orthogonal zu allen Vektoren im Rauschunterraum.

Die erste Anwendung der Eigenschaft war Pisarenko Harmonic Decomposition (PHD).

Zu den anderen Unterraummethoden zählen:

- MUSIC (Multiple Signal Classification)
- Min-Norm

4. Lineare Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendung der (SVD)

Lineare Methode der kleinsten Quadrate bildet ein rechnerisch stabiles mathematisches Werkzeug zur Lösung eines überbestimmten Gleichungssystem. Die Methode kann zur Frequenzschätzung von allen Komponenten eines sehr verzerrten periodischen Signals verwendet werden [2, 3].

Ein Strom- oder Spannungsvorgang kann als eine Summe von p Harmonischen mit unbekanntem Amplituden und Phasen dargestellt werden:

$$x(t) = \sum_{k=1}^p X_k \cos(\omega_k t + \mathbf{j}_k) + k_s e(t) \quad (5)$$

Die Zahl der Messwerte n ist gewöhnlich größer als die Zahl der Harmonischen p . Parameterschätzung der Harmonischen ist äquivalent mit der Lösung eines überbestimmten System von algebraischen Gleichungen:

$$\mathbf{A}\mathbf{h} = \mathbf{b} \quad (6)$$

wo die Matrix \mathbf{A} und die Vektoren \mathbf{h} und \mathbf{b} sind wie folgt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_l & x_{l-1} & \dots & x_1 \\ x_{l+1} & x_l & \dots & x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n-1} & x_{n-2} & \dots & x_{n-l} \\ x_2 & x_3 & \dots & x_{1+l} \\ x_3 & x_4 & \dots & x_{1+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n-l+1} & x_{n-l+2} & \dots & x_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ h_l \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_{l+1} \\ x_{l+2} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ x_{n-l} \end{bmatrix} \quad (8)$$

l ist die Reihe des vorausgesagten AR-Modells der Zeitreihe $\left(p \leq l \leq n - \frac{p}{2} \right)$.

Vektor \mathbf{h} ist aus den Koeffizienten der Impulsantwort des Modells zusammengesetzt

$$H(z) = 1 - \sum_{i=1}^l h_i z^{-i} \quad (9)$$

Die Lösung für den Vektor \mathbf{h} ist möglich nach dem Kriterium der kleinsten Quadrate.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{h} - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (10)$$

Als sehr geeignete Lösungsmethode zeigt sich die Anwendung der SVD. In der Methode wird die rechteckige Matrix \mathbf{A} als Produkt von drei Matrizen betrachtet.

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \quad (11)$$

wo \mathbf{U} und \mathbf{V} sind orthogonale Matrizen von Dimensionen, entsprechend $n \times n$ und $l \times l$, und \mathbf{S} ist eine quasi-diagonale Matrix von Dimension $n \times l$ mit singulären Werten s_1, s_2, \dots, s_q , geordnet so, dass $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_q \geq 0$.

Die Grundinformation über das System ist in den ersten, ungleichen Null, singulären Werten und den ersten q singulären Vektoren, bildenden die Matrizen \mathbf{U} und \mathbf{V} , enthalten. Die Matrizen kann man jetzt zu der Größe q schneiden und nennen $\mathbf{U}_r, \mathbf{S}_r, \mathbf{V}_r$. Die Lösung wird wie folgt:

$$\mathbf{h} = \mathbf{V}_r \mathbf{S}_r^{-1} \mathbf{U}_r^T \mathbf{b} \quad (12)$$

wo

$$\mathbf{S}_r^{-1} = \text{diag} \left[\frac{1}{s_1}, \frac{1}{s_2}, \dots, \frac{1}{s_q} \right] \quad (13)$$

Die Phasen von den am nächsten zu dem Einheitskreis liegenden Wurzeln bezeichnen die Kreisfrequenzen der sinusförmigen Signal-komponenten.

5. Unterraummethoden: MUSIC (Multiple Signal Classification)

Die Matrix von Eigenvektoren des Rauschunterraums ist [5]:

$$\mathbf{E}_{noise} = [\mathbf{e}_{p+1}, \mathbf{e}_{p+2}, \dots, \mathbf{e}_N] \quad (14)$$

\mathbf{E}_{noise} kann als eine Projektionsmatrix für den Rauschunterraum verwendet werden

$$\mathbf{P}_{noise} = \mathbf{E}_{noise} \mathbf{E}_{noise}^{*T} \quad (15)$$

Der Quadratbetrag der Projektion eines Hilfsvektors \mathbf{w} auf den Rauschunterraum ist:

$$\mathbf{w}^{*T} \mathbf{P}_{noise} \mathbf{w} = \mathbf{w}^{*T} \mathbf{E}_{noise} \mathbf{E}_{noise}^{*T} \mathbf{w} \quad (16)$$

wo:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jw_1} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)w_1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Jedes Element des Signalvektors ist orthogonal zum Rauschunterraum – der obige Ausdruck erreicht Null für die Frequenzen wenn \mathbf{w} gleich einer Signalkomponente ist.

Das MUSIC-Pseudospektrum wird definiert wie folgt:

$$\hat{P}(e^{jw}) = [\mathbf{w}^{*T} \mathbf{E}_{noise} \mathbf{E}_{noise}^{*T} \mathbf{w}]^{-1} \quad (18)$$

6. Untersuchungen, Teil 1

6.1. Simulation eines Frequenzumrichters

Daten des Umrichters: 3 kVA – PWM (Pulsbreitenmodulation) – Umrichter mit Modulationsfrequenz - 1 kHz; 2-poliger, 1 kW Asynchronmotor (U = 380 V, I = 2.8 A); Ausgangsfrequenz - 0.1 ÷ 150 Hz [6].

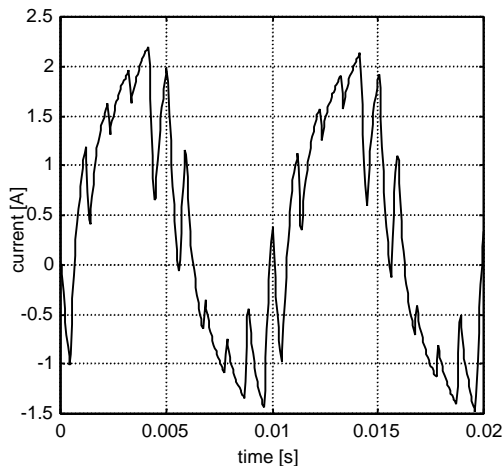


Bild 1. Stromverlauf am Ausgang des Umrichters für die Frequenz 100 Hz; Abtastperiode – 0,05 ms.

Bei der Anwendung der MUSIC- und SVD-Methoden können alle Frequenzen der Signalkomponenten ermittelt werden: 100, 800, 1000, 1200 Hz (Bild 2).

6.2. Industrieller Frequenzumrichter

Es wurde der folgende Antrieb untersucht:

- Drehstrom-Asynchronmotor,
- Frequenzumrichter, zusammengesetzt aus einer einphasigen, halbgesteuerten Brückenschaltung und einem U-Umrichter [7].

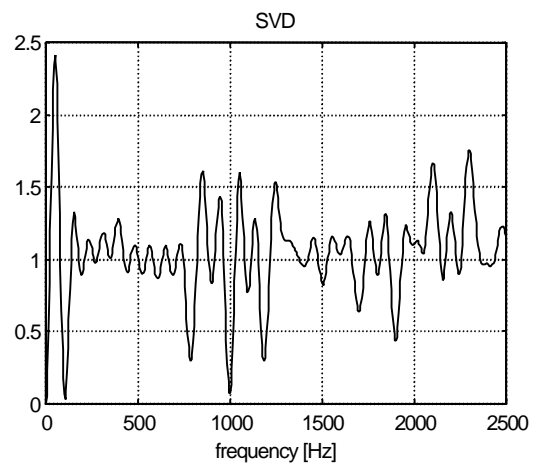
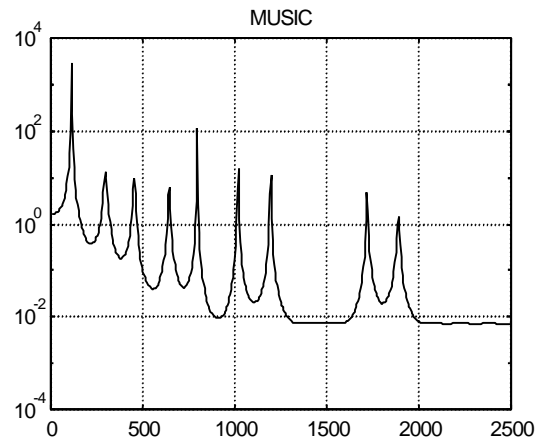


Bild 2. Frequenzgänge des Signals im Bild 1 berechnet mit der MUSIC- (n=100) und der SVD- (l= 254, n= 260) Methoden

Der Stromverlauf am Umrichterausgang (Bild 3) unter normalen Betriebsbedingungen wurde untersucht mit der MUSIC- und SVD-Methoden. Die Grundfrequenz beträgt 40 Hz.

Die folgenden Harmonischen sind ermittelt worden: 5., 7., 17., 19., 25., 35., und 41. (Bild 4) sowie die Grundfrequenz.

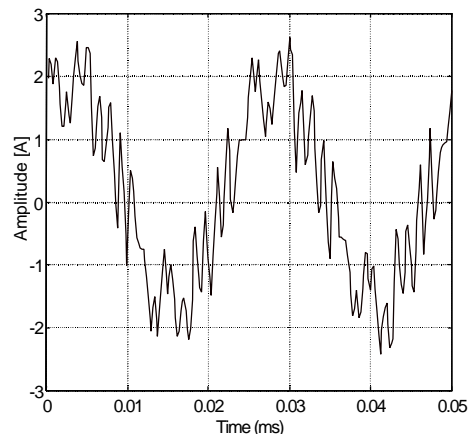
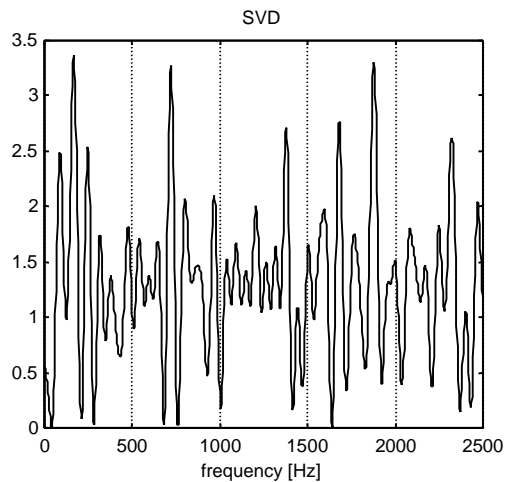
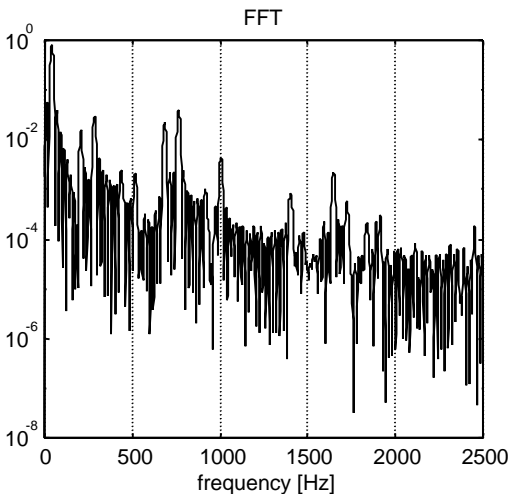


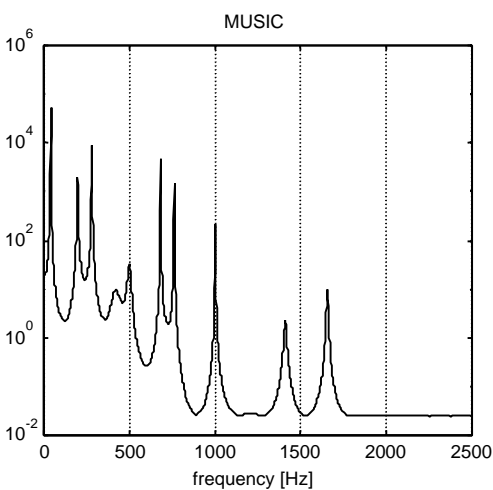
Bild 3 Stromverlauf am Ausgang des Frequenzumrichters



a)



b)



c)

Bild 4 Frequenzgänge des Signals in Bild 4 berechnet mit der a) SVD-, b)Fourier- und c) MUSIC-Methode (l=70, n=100)

7. Prony-Methode

Es wird angenommen, dass N komplexe Abtastwerte $x[1], \dots, x[N]$ des untersuchten Signals mit p exponentialen Funktionen angenähert werden können [1, 4].

$$y[n] = \sum_{k=1}^p A_k \exp(\mathbf{a}_k + j\mathbf{w}_k)(n-1)T_p + j\mathbf{y}_k \quad (19)$$

wo: $n = 1, 2, \dots, N$

T_p - Abtastperiode

A_k - Amplitude

\mathbf{a}_k - Dämpfungskonstante,

\mathbf{w}_k - Kreisfrequenz,

\mathbf{y}_k - Anfangsphase.

Die zeitdiskrete Funktion $y[n]$ kann dargestellt werden als:

$$y[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (20)$$

wo: $h_k = A_k e^{j\mathbf{y}_k}$; $z_k = e^{(\mathbf{a}_k + j\mathbf{w}_k)T_p}$

Das Schätzungsproblem basiert auf der Minimierung des quadratischen Fehlers über N Abtastwerte:

$$\mathbf{d} = \sum_{n=1}^N |e[n]|^2 \quad (21)$$

wo: $e[n] = x[n] - y[n] = x[n] - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1}$

Das nichtlineare Problem kann mit der Prony-Methode gelöst werden.

7.1. Der einfache Fall

Die Zahl der Abtastwerte N ist gleich der doppelten Zahl der exponentialen Komponenten p .

Die zeitdiskrete Funktion mit p Exponenten ist:

$$x[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (22)$$

Das lineare Gleichungssystem kann nach unbekanntem Amplituden gelöst werden.

Prony schlug vor ein Polynom zu definieren, mit z_k Exponenten z_k als seine Wurzel:

$$F(z) = \prod_{k=1}^p (z - z_k) = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_p) \quad (23)$$

Das Polynom kann als eine Summe dargestellt werden:

$$F(z) = \sum_{m=0}^p a[m]z^{p-m} = a[0]z^p + a[1]z^{p-1} + \dots + a[p-1]z + a[p] \quad (24)$$

Die rechte Seite stellt ein Polynom dar, das für die Wurzel z_k gleich Null ist.

$$\sum_{m=0}^M a[m]x[n-m] = 0 \quad (25)$$

wo: $n = p+1, p+2, \dots, 2p$

Die Gleichung kann für die Koeffizienten $a[m]$ gelöst werden.

Im zweiten Schritt können die Wurzel z_k des Polynoms berechnet werden. Die Dämpfungskonstanten und Frequenzen können jetzt aus den Wurzeln bestimmt werden.

7.2. Der allgemeine Fall

Die Zahl der Abtastwerte N ist meistens größer als die für die Ermittlung minimale Zahl, d.h. $N > 2p$. In dem überbestimmten Fall nimmt die Gleichung (25) die Form an:

$$\sum_{m=0}^p a[m]x[n-m] = e[n] \quad (26)$$

Das Schätzungsproblem basiert auf dem kleinsten Quadratfehler:

$$E = \sum_{n=p+1}^N |e[n]|^2 \quad (27)$$

8. Unterraummethoden – Min-Norm

Min-Norm Methode verwendet einen Vektor \mathbf{d} für die Frequenzermittlung. Der Vektor gehört zu dem Rauschunterraum, hat minimale Euclidean'sche Norm und sein erstes Element ist gleich Ein [4].

$$\mathbf{d} = \mathbf{E}_{noise} \mathbf{E}_{noise}^{*T} \mathbf{d} \quad (28)$$

$$\mathbf{d}^{*T} \boldsymbol{\ell} = 1$$

wo: $\mathbf{E}_{noise} = [\mathbf{e}_{p+1} \quad \mathbf{e}_{p+2} \quad \dots \quad \mathbf{e}_N]$

Das Pseudospektrum ist definiert als:

$$\hat{P}(e^{j\omega}) = \frac{1}{|\mathbf{w}^{*T} \mathbf{d}|^2} = \frac{1}{\mathbf{w}^{*T} \mathbf{d} \mathbf{d}^{*T} \mathbf{w}} \quad (29)$$

wo \mathbf{w} ist wie (17) definiert.

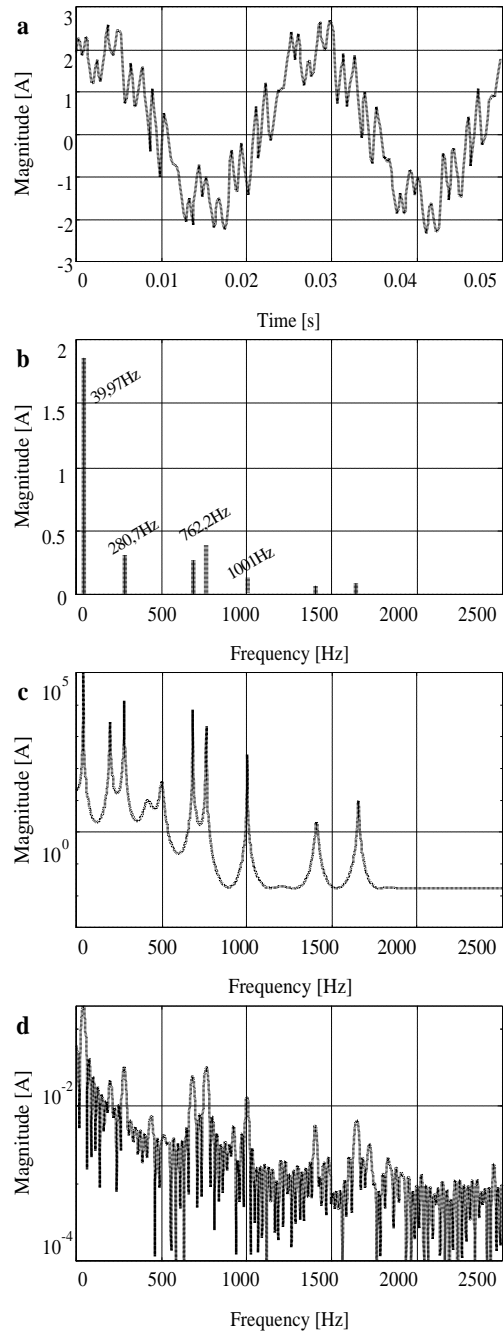


Bild 5. Untersuchungen des Ausgangsstroms (a) eines industriellen Umrichters: Prony $N=200$, $M=80$ (b); MinNorm $N=100$ (c); FFT $N=200$ (d), $f_A=5000\text{Hz}$

9. Untersuchungen, Teil 2

Untersuchungen des Ausgangsstroms eines industriellen Umrichters unter normalen Betriebsbedingungen. Der Stromvorgang am

Umrichter Ausgang (Bild 5) unter normalen Betriebsbedingungen wurde mit den Prony-, Min-Norm- und Fourier-Methoden untersucht. Die Grundfrequenz war 40 Hz. [6].

Die folgenden Harmonischen sind ermittelt worden: 7, 17, 19, 25, 35, und 41.

Die Min-Norm-Methode hat zusätzlich die 5. Oberschwingung gefunden.

Es ist ebenfalls möglich die Frequenz der Grundschiwingung zu ermitteln.

9th IEEE Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power, Orlando (USA), 2000, vol. I, S. 335-340.

- [7] Lobos T., Leonowicz Z., Szymanda J., Ruczewski P.: *Application of Higher-order Spectra for signal processing in electrical power engineering*, Int. Journal for Comp. and Math. in Electrical Engineering, Vol. 17, N0 5/6 1998, S. 602-611.

10. Schlussfolgerungen

Alternative Methoden der Spektralanalyse sind mit der Anwendung von simulierten und reeller Signalen untersucht worden. In diesem Beitrag wurden die Methoden und ihre Anwendungsmöglichkeiten vorgestellt. Die zur Analyse von Signalen mit zeitbegrenzten Fenstern angewandten hochauflösenden Methoden zeigen bessere Eigenschaften im Frequenzbereich und eine kleinere Phasenabhängigkeit als das Fourier-Spektrum. In vielen Fällen kann eine bessere Genauigkeit erreicht werden. Gleichwohl die Rechenanforderungen dieser Methoden sind höher als die von Fourier-Methoden.

Diese Arbeit wurde teilweise vom North Atlantic Treaty Organizatin untersttzt (Advanced Science Fellowship for Dr. Z. Leonowicz).

Literaturverzeichnis

- [1] Kay S. M.: *Modern spectral estimation: Theory and application*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1988.
- [2] Osowski S., *SVD technique for estimation of harmonic components in a power system; a statistical approach*, IEEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol. 141, no. 5, September 1994, S. 473 - 479.
- [3] Lobos T., Kozina T., Koglin H.-J.: *Power System Harmonics Estimation Using Linear Least Squares Method and SVD*, IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib., vol 148, No. 6, 2001, S. 567- 572.
- [4] Lobos T., Rezmer J: *Real Time Determination of Power System Frequency*, IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, August 1997, vol.46, No.4, S. 877-881.
- [5] Therrien C.W., *Discrete Random Signals and Statistical Signal Processing*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1992, S. 614-655.
- [6] Lobos T., Leonowicz Z., Rezmer J.: *Harmonics and Interharmonics Estimation Using Advanced Signal Processing Methods*.